

0.0.1 Esercizio sui circ. magnetici (Q4, tema d'esame del 20 Luglio 1999, compito B del prof. D'Amore).

(Dino Ghilardi)

0.0.1.1 testo

$N_1 = 100 \text{ spire}, N_2 = 200 \text{ spire}, \Theta_{tronco} = 10^5 H^{-1}$
 Calcolare L_{AB}

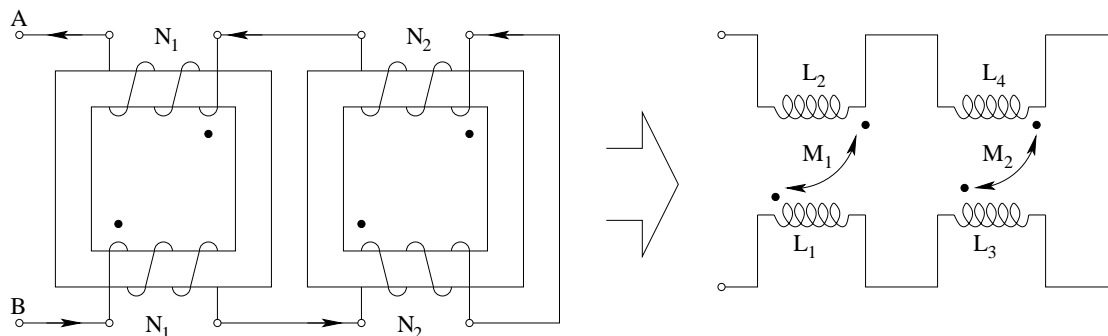
Risultato:

$$L_{AB} = \frac{(N_1^2 + N_1^2 + 2N_1^2)}{4\Theta_{tronco}} = \frac{10^4}{10^5} = 100mH$$

Soluzione

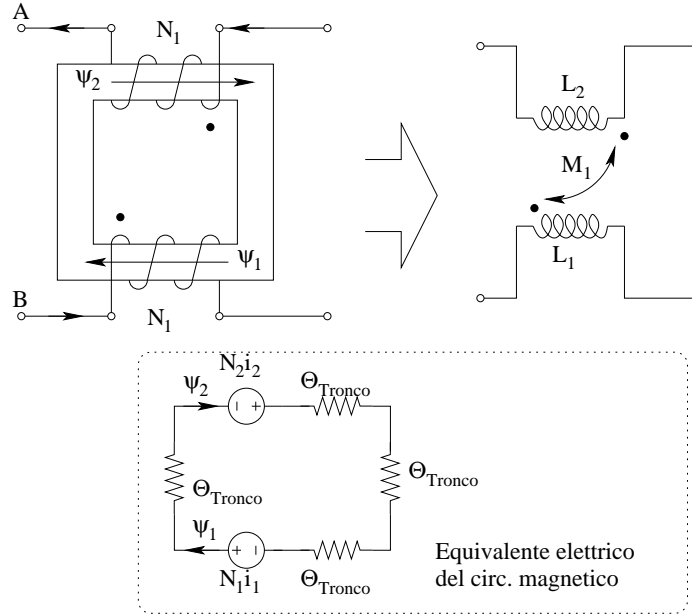
Scegliamo innanzitutto le convenzioni di segno da utilizzare. In particolare scegliamo un verso positivo per la corrente che useremo durante tutta la soluzione del problema: Scelto tale verso si ottengono anche le posizioni relative dei 'pallini' dei due induttori mutuamente accoppiati.

Si ricorda che il pallino indica il morsetto dell'induttore rispetto al quale sono presi corrente entrante e tensione positiva.



Analizziamo quindi uno alla volta i due circuiti magnetici.

L1-L2:



Otteniamo:

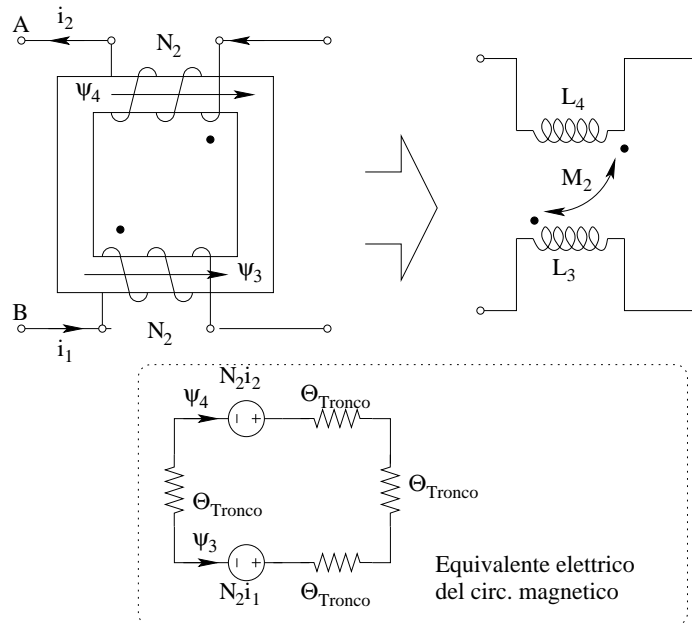
$$\begin{cases} \psi_1 = (N_1 I_1 + N_1 I_2) \frac{1}{4\Theta_{tronco}} \\ \psi_2 = \psi_1 = (N_1 I_1 + N_1 I_2) \frac{1}{4\Theta_{tronco}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \psi_1 = (100 I_1 + 100 I_2) \frac{1}{4 \cdot 10^5 H^{-1}} \\ \psi_2 = \psi_1 = (100 I_1 + 100 I_2) \frac{1}{4 \cdot 10^5 H^{-1}} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \psi_1 = 250 \mu H \cdot I_1 + 250 \mu H \cdot I_2 \\ \psi_2 = \psi_1 = 250 \mu H \cdot I_1 + 250 \mu H \cdot I_2 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} \phi_1 = N_1 \psi_1 = 25 mH \cdot I_1 + 25 mH \cdot I_2 \\ \phi_2 = N_1 \psi_2 = 25 mH \cdot I_1 + 25 mH \cdot I_2 \end{cases} \Rightarrow L_1 = 25 mH; L_2 = 25 mH; M_1 = 25 mH$$

L3 - L4:



$$\begin{cases} \psi_3 = (N_2 I_1 - N_2 I_2) \frac{1}{4\Theta_{tronco}} \\ \psi_4 = -\psi_3 = (-N_2 I_2 + N_2 I_1) \frac{1}{4\Theta_{tronco}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \psi_1 = (200 I_1 - 200 I_2) \frac{1}{4 \cdot 10^5 H^{-1}} \\ \psi_2 = \psi_1 = (-200 I_1 + 200 I_2) \frac{1}{4 \cdot 10^5 H^{-1}} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \psi_1 = 500 \mu H \cdot I_1 - 500 \mu H \cdot I_2 \\ \psi_2 = \psi_1 = -500 \mu H \cdot I_1 + 500 \mu H \cdot I_2 \end{cases}$$

da cui¹

$$\begin{cases} \phi_1 = N_2\psi_1 = 100mH \cdot I_1 - 100mH \cdot I_2 \\ \phi_2 = N_2\psi_2 = -100mH \cdot I_1 + 100mH \cdot I_2 \end{cases} \Rightarrow L_3 = 100mH; L_4 = 100mH; M_2 = -100mH$$

I due induttori mutuamente accoppiati L_3 ed L_4 sono connessi in serie, quindi l'induttanza equivalente sarà:

$$L_{3-4} = L_3 + L_4 + 2M_2 = 100mH + 100mH - 200mH = 0$$

I due induttori mutuamente accoppiati L_1 ed L_2 sono connessi in serie, quindi la loro induttanza equivalente sarà:

$$L_{1-2} = L_1 + L_2 + 2M_1 = 25mH + 25mH + 50mH = 100mH$$

L'induttanza richiesta sarà quindi:

$$L_{AB} = L_{1-2} + L_{3-4} = 100mH + 0 = 100mH$$

¹Si ricordi che con ψ indichiamo il flusso magnetico concatenato con la sezione di traferro (ovvero con la singola spira), mentre con ϕ indichiamo il flusso concatenato con tutte le spire dell'avvolgimento, per cui $\phi = N\psi$, con N numero di spire. Inoltre, viste le convenzioni di segno utilizzate (conv. degli utilizzatori sull'induttore), abbiamo $V = \frac{d\phi}{dt}$, con segno positivo (a differenza di ciò che è stato visto nei corsi di fisica, dove a tal fine viene usata una convenzione dei generatori)