

2.5 ANALISI PER PICCOLI SEGNALI

Esiste una buona ragione per definire “punti di lavoro” le soluzioni dell’analisi in continua. Quando un circuito è utilizzato, ad esso risulta applicato un certo segnale d’ingresso (per esempio, una forma d’onda sinusoidale), tale da generare un segnale utile in uscita. Un punto di lavoro specifica una regione del piano $v-i$ nelle cui vicinanze variano in funzione del tempo l’effettiva tensione e corrente. Se il segnale applicato ha una tensione o corrente sufficientemente piccola (in ampiezza), il circuito può essere esaminato con buona approssimazione servendosi dell’*analisi per piccoli segnali*. Ciò costituisce il soggetto del presente paragrafo.

Si consideri il circuito con diodo tunnel illustrato in fig. 5.1 in cui, oltre agli elementi circuitali trattati in precedenza, è presente un generatore di tensione sinusoidale:

$$v_s(t) = V_m \cos \omega t$$

Si assuma dapprima che il circuito di polarizzazione, ovvero il circuito senza il generatore di tensione $v_s(t)$, sia stato progettato appositamente in modo che esista soltanto un unico punto di lavoro Q , come indicato. Più in dettaglio, si assuma che esso si trovi nel tratto in cui la pendenza è negativa. Al variare di $v_s(t)$ col tempo, si può immaginare che la linea di carico si sposti parallelamente alla linea di carico di polarizzazione, come indicato in figura. Così facendo, la soluzione del circuito, pilotato dal segnale d’ingresso $v_s(t)$, può essere determinata graficamente punto per punto come intersezione fra la caratteristica del diodo tunnel e la linea di carico “mobile”. Ciò fornisce un’idea dell’influenza del generatore di segnale $v_s(t)$ al variare di t .

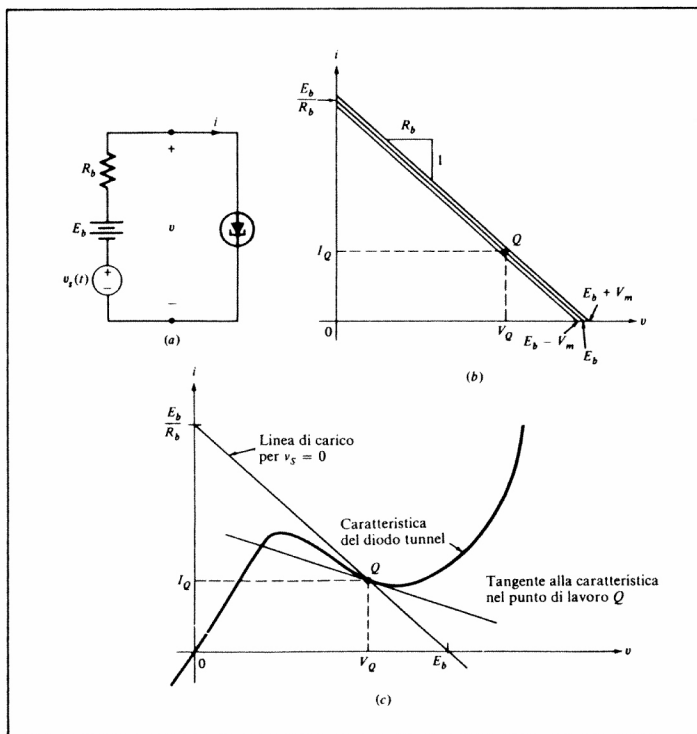


Figura 5.1 Il circuito con diodo tunnel con un generatore di segnale $v_s(t)$; (b) spostamento della linea di carico; (c) approssimazione lineare della caratteristica del diodo nell'intorno del punto di lavoro Q .

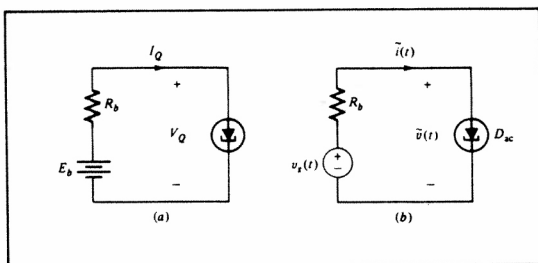
Si assuma che la caratteristica v - i del diodo tunnel sia specificata da:

$$i = \hat{i}(v) \quad (5.1)$$

La LKC afferma che tutte le correnti di lato nel circuito sono identiche. Dalla LKT, applicata alla singola maglia costituita dal circuito, si ricava la seguente equazione:

$$v(t) = v_s(t) + E_b - R_b i(t) \quad \text{per ogni } t \quad (5.2)$$

Figura 5.2 Il circuito mostrato in fig. 5.1 può essere visto in termini di: (a) il suo circuito equivalente in continua; (b) il suo circuito equivalente in alternata, dove la caratteristica del diodo ha origine in (V_Q, I_Q) . D_{ac} denota il diodo con l'origine traslata.



Combinando le eqq. (5.1) e (5.2), si ottiene una singola equazione, con $v(t)$ come incognita da risolvere per:

$$v(t) = v_s(t) + E_b - R_b \hat{i}[v(t)] \quad \text{per ogni } t \quad (5.3)$$

Tale equazione non può essere risolta rapidamente poiché è nota soltanto la curva data dalle specifiche del diodo tunnel. Naturalmente, per ogni valore di t , si può calcolare $v(t)$, determinando così $v(t)$ punto per punto.

Come illustrato in fig. 5.1b, i segnali effettivi di tensione $v(t)$ e di corrente $i(t)$ si trovano sulla caratteristica in prossimità di Q . Si definiscono pertanto:

$$v(t) \triangleq V_Q + \tilde{v}(t) \quad (5.4a)$$

$$i(t) \triangleq I_Q + \tilde{i}(t) \quad (5.4b)$$

in cui (V_Q, I_Q) è il punto di lavoro. In sostanza, si spostano le coordinate dall'origine al punto di lavoro. Le due equazioni (5.1) e (5.2) sono soddisfatte dal segnale $v_s(t) = 0$, cioè:

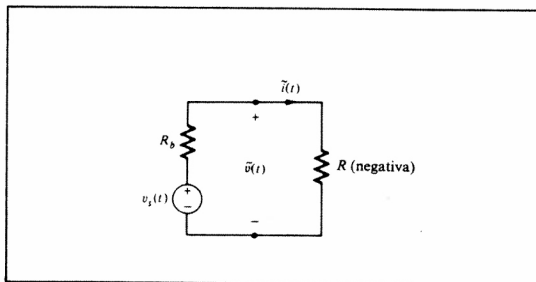
$$I_Q = \hat{i}(V_Q) \quad (5.5)$$

$$V_Q = E_b - R_b I_Q \quad (5.6)$$

Si noti che, quando il segnale è applicato, $\tilde{v}(t)$ e $\tilde{i}(t)$ registrano lo scostamento del punto di lavoro istantaneo da (V_Q, I_Q) . Il concetto relativo a quanto esposto può essere illustrato tramite i due circuiti di fig. 5.2. In fig. 5.2a si ha il circuito equivalente in continua, specificato dalle eqq. (5.5) e (5.6). Sottraendo V_Q da v e I_Q da i nei due membri dell'eq. (5.2) ed applicando l'eq. (5.6), si ottiene $\tilde{v}(t) = v_s(t) - R_b \tilde{i}(t)$. Tale equazione può essere rappresentata dal circuito mostrato in fig. 5.2b, in cui D_{ac} rappresenta il comportamento del diodo in alternata, calcolato rispetto al punto di lavoro Q . Per determinare $(\tilde{v}(t), \tilde{i}(t))$, si sostituisca l'eq. (5.4) nell'eq. (5.1), ottenendo:

$$I_Q + \tilde{i}(t) = \hat{i}[V_Q + \tilde{v}(t)] \quad (5.7)$$

Figura 5.3 Circuito equivalente per piccoli segnali nell'intorno del punto di lavoro Q . Si noti che $R = 1/G$ e che $G = (di/dv) |_{v_Q} < 0$.



Finora si è compiuta un'analisi generale. Si assuma ora che l'ampiezza della tensione sinusoidale $v_s(t)$ sia *piccola*, ovvero $V_m \ll E$. In tal modo, la tensione $\tilde{v}(t)$ risulta "piccola" rispetto a V_Q . Quanto segue costituisce "l'analisi per piccoli segnali". Prendendo i primi due termini dell'espansione in serie di Taylor di $\tilde{i}[V_Q + \tilde{v}(t)]$ intorno al punto V_Q , si ottiene:

$$i(t) = I_Q + \tilde{i}(t) = \hat{i}[V_Q + \tilde{v}(t)] \approx \hat{i}[V_Q] + \left. \frac{d\hat{i}}{dv} \right|_{v_Q} \tilde{v}(t) \quad \text{per ogni } t \quad (5.8)$$

Geometricamente (si veda fig. 5.1c), l'approssimazione contenuta nell'eq. (5.8) corrisponde alla sostituzione della caratteristica non lineare del diodo con la sua approssimazione lineare nell'intorno del punto di lavoro Q . Confrontando l'eq. (5.5) con l'eq. (5.8), si ottiene:

$$\tilde{i}(t) \approx \left. \frac{d\hat{i}}{dv} \right|_{v_Q} \tilde{v}(t) \quad \text{per ogni } t \quad (5.9a)$$

Il termine $d\hat{i}/dv |_{v_Q}$ rappresenta la pendenza della caratteristica del diodo in corrispondenza del punto di lavoro; si noti che nel presente caso è negativa. Si definisca:

$$\left. \frac{d\hat{i}}{dv} \right|_{v_Q} \triangleq G = \frac{1}{R} \quad (5.9b)$$

in cui G è negativa. La grandezza $d\hat{i}/dv |_{v_Q}$ è detta *conduttanza "per piccoli segnali"* del diodo nel punto di lavoro Q . Quindi, si ha:

$$\tilde{i}(t) = G\tilde{v}(t) = \frac{1}{R} \tilde{v}(t) \quad (5.10)$$

Sostituendo successivamente l'eq. (5.4) nell'eq. (5.2), si ottiene:

$$v_Q + \tilde{v}(t) = v_s(t) + E_b - R_b I_Q - R_b \tilde{i}(t) \quad \text{per ogni } t \quad (5.11)$$

Confrontando le eqq. (5.6) e (5.11), si ricava:

$$\tilde{v}(t) = v_s(t) - R_b \tilde{i}(t) \quad \text{per ogni } t \quad (5.12)$$

Le eqq. (5.12) e (5.10) possono essere considerate come le equazioni rappresentative di un circuito che descrive la relazione tra la tensione e la corrente per piccoli segnali; tale circuito è illustrato in fig. 5.3. Esso è definito *circuito equivalente per piccoli segnali* intorno al punto di lavoro Q ; si tratta di un circuito *lineare* poiché i due resistori sono lineari. Si noti che la resistenza R è negativa, cosicché nel circuito è presente un resistore lineare *attivo*. La soluzione può essere ottenuta immediatamente dal circuito equivalente per piccoli segnali, o direttamente dalle eqq. (5.10) e (5.12):

$$\tilde{i}(t) = \frac{v_s(t)}{R_b + R} = \frac{V_m}{R_b + R} \cos \omega t \quad (5.13)$$

e

$$\tilde{v}(t) = R \tilde{i}(t) = \frac{R V_m}{R_b + R} \cos \omega t \quad (5.14)$$

Poiché R è negativa, il fattore $|R/(R_b + R)|$ può diventare molto grande. Dalle eqq. (5.13) e (5.14) si può ricavare la definizione di *guadagno di potenza per piccoli segnali*:⁵

$$\mathcal{G} = \left| \frac{\tilde{v} \tilde{i}}{\tilde{v}_s \tilde{i}} \right| = \left| \frac{R}{R_b + R} \right| \quad (5.15)$$

L'espressione $|R/(R_b + R)|$ dipende da $G = 1/R$, che rappresenta la pendenza della caratteristica del diodo tunnel nel punto di lavoro Q , e da R , la resistenza del circuito batteria-resistore.

⁵ Si noti che $\tilde{v}(t)\tilde{i}(t)$ è una funzione del tempo, come pure $\tilde{v}_s(t)\tilde{i}(t)$; nondimeno, il loro rapporto è una costante.