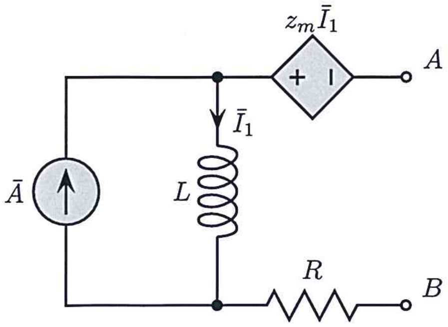
A1 21-2-2017 MTM

E1



Il circuito di figura opera in regime alternato sinusoidale.
Sapendo che:
$a(t) = 2\cos(1000t)$ [A], $L = 2$ [mH], $R = 4$ [Ω]

- Determinare Il circuito equivalente di Thevenin ai morsetti AB in funzione del parametro complesso z_m
- Dire per quali valori del parametro complesso z_m **esiste** anche il circuito equivalente di Norton
- Posto $z_m = -j2$ [Ω] determinare il massimo valore della potenza erogabile ai morsetti AB.

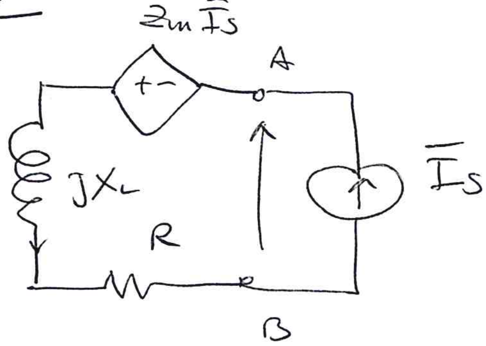
SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

$\bar{A} = 2e^{j0}$ [A] ; $X_L = \omega L = 2\,\Omega$

V_{th}

$$\bar{V}_{th} = \bar{V}_{AB} = jX_L\bar{A} - z_m\bar{A} = \boxed{\bar{A}(jX_L - z_m) = 2(j2 - z_m)}$$

z_{th} :



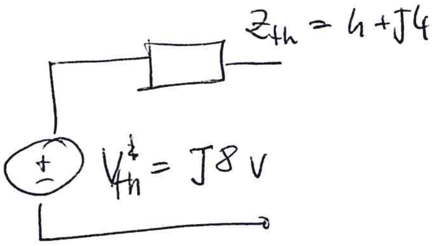
$$\bar{V}_{AB} = (jX_L + R)\bar{I}_S - z_m\bar{I}_S$$

$$\boxed{z_{th} = \frac{V_{AB}}{\bar{I}_S} = (R + jX_L - z_m) = 4 + j2 - z_m}$$

Affinché esista Norton dovrà essere $z_{th} \neq 0$ e quindi:

$$\boxed{z_m \neq R + jX_L = 4 + j2}$$

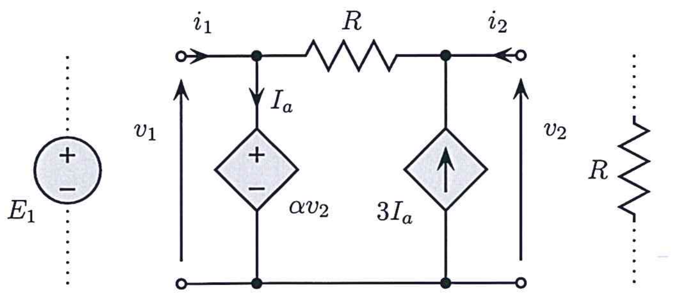
Quando $z_m = -j2$ $\longrightarrow$



La massima potenza erogabile vale:

$$\boxed{P_{MAX} = \frac{|V_{th}|^2}{8R_{th}} = \frac{64}{8 \times 4} = 2\,W}$$

E2



Il doppio bipolo di figura opera in regime stazionario. Sapendo che:
$\alpha = 3$, $R = 2$ [Ω], $E_1 = 12$ [V]

- Determinare, se esiste, la prima formulazione ibrida (Matrice **H**) con i bipoli tratteggiati scollegati.

Successivamente, si colleghino le porte del doppio bipolo sui bipoli tratteggiati. In queste nuove condizioni

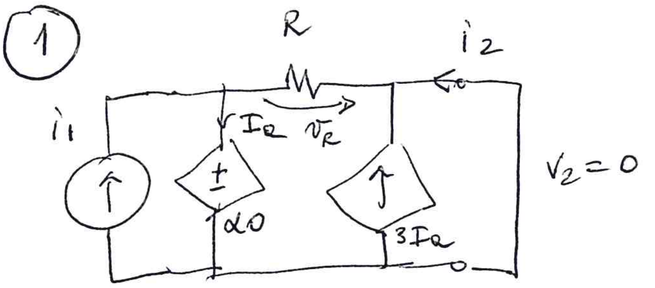
- Calcolare la corrente i_1
- Calcolare la potenza erogata dal generatore di tensione E_1.

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

Prove semplici:

$$\begin{cases} v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2 \end{cases}$$

1



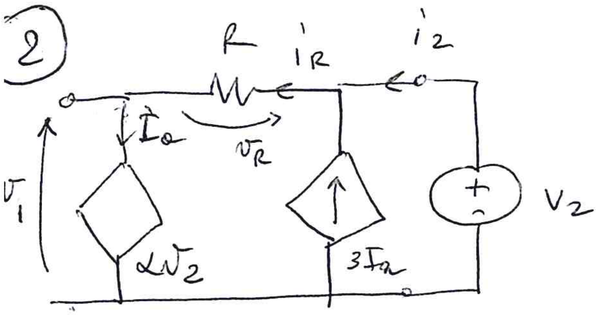
$v_1 = 0 \longrightarrow \boxed{h_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0} = 0}$

$v_R = v_2 - v_1 = 0 \rightarrow I_e = 0$

$I_e = i_1$

$i_2 = -3 I_e = -3 i_1 \rightarrow \boxed{h_{21} = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{v_2=0} = -3}$

2



$v_1 = \alpha v_2 \longrightarrow \boxed{h_{12} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_1=0} = \alpha}$

$v_R = v_2(1-\alpha) \rightarrow \boxed{I_e = i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{v_2(1-\alpha)}{R}}$ $\quad i_2 = I_e - 3I_e = -2I_e = -\frac{2v_2}{R}(1-\alpha)$

$\boxed{h_{22} = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{i_1=0} = -\frac{2(1-\alpha)}{R}}$

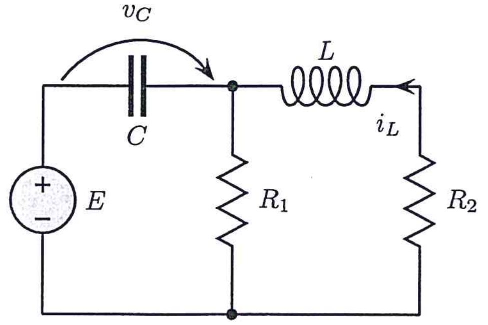
$$\boxed{H = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -3 & \frac{2(\alpha-1)}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix};}$$

essendo $v_2 = -R i_2$, sostituendo nella formulazione H si ottiene:

$E = 3(-2 i_2) = -6 i_2 \rightarrow \boxed{i_2 = \frac{12}{-6} = -2A}$ $\quad \boxed{v_2 = -2 i_2 = 4V}$

$\boxed{i_1 = \frac{i_2 - 2v_2}{-3} = \frac{-2-8}{-3} = \frac{10}{3} A}$ $\quad \boxed{P_{E_1} = E_1 I_1 = 12 \times \frac{10}{3} = 40 W}$

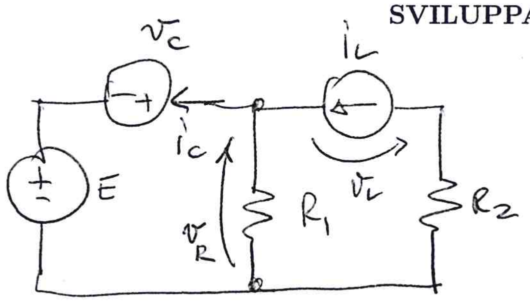
E3



Del circuito dinamico di figura si hanno i seguenti dati:
$R_1 = 1\ [\Omega]$, $R_2 = 3\ [\Omega]$, $L = 1$ [mH], $C = 1$ [mF], $E = 5$ [V].
Si sa inoltre che
$v_C(0) = 5$ [V] e $i_L(0) = 0$ [A]

- Determinare la formulazione di stato del circuito dinamico
- Discuterne la stabilità
- Determinare la tensione sul condensatore $v_C(t)$ per $t \geq 0$
- Disegnare il grafico qualitativo di $v_C(t)$ per $t \geq 0$

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO



$$v_L = -R_2 i_L - E - v_C$$

$$v_R = E + v_C$$

$$i_C = -\frac{v_R}{R_1} + i_L = \frac{-E - v_C}{R_1} + i_L$$

$$C \dot{v}_C = -\frac{v_C}{R_1} + i_L - \frac{E}{R_1}$$

$$L \dot{i}_L = -v_C - R_2 i_L - E$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{v}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C} & +\frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -E/R_1C \\ -E/L \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10^3 & 10^3 \\ -10^3 & -3\cdot 10^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5\times 10^3 \\ -5\cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

$$tr(A) = -4\times 10^3 < 0$$

$$Det(A) = 3\times 10^6 + 10^6 = 4\times 10^6 > 0$$

$\boxed{\text{as. stabile}}$

$$tr(A) = -2\alpha \Rightarrow \alpha = 2000\ s^{-1}$$

$$\Delta(A) = \omega_0^2 \rightarrow$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -2000 \pm \sqrt{0}$$

$s_{1,2}$ coincidenti → smorzamento critico

$$v_C(t) = (K_0 + K_1 t)\, e^{-2000t} + v_{Cp}(t)$$

$$\boxed{v_{Cp}(t) = -E}$$

$$v_C(t) = (K_0 + K_1 t)\, e^{-2000t} - E$$

6

la condizione $\dot{v}_c(0)$ si ricava dall'equazione di stato:

$$\dot{v}_c(0) = -10^3 v_c(0) + 10^3 i_L(0) - 5\cdot10^3 = -5\cdot10^3 - 5\cdot10^3 = -10\cdot10^3$$

$$\dot{v}_c(t) = k_1 e^{-2000t} + (k_0 + k_1 t)\, e^{-2000t}\cdot(-2000)$$

Impongo il vincolo delle c.i.

$$v_c(0) = 5 = k_0 - E \longrightarrow \boxed{k_0 = 5 + E = 10}$$

$$\dot{v}_c(0) = k_1 - 2000 k_0 \Rightarrow -10\cdot10^3 \qquad \boxed{k_1 = -10\times10^3 + 20\cdot10^3 = 10\times10^3}$$

$$\boxed{v_c(t) = (10 + 10\cdot10^3 t)\, e^{-2000t} - 5}$$