ELETTROTECNICA
Docente: D. D'Amore
Allievi ELN, MTM

Appello 3 , 14 Luglio 2017

Cognome .... **Nome** ....

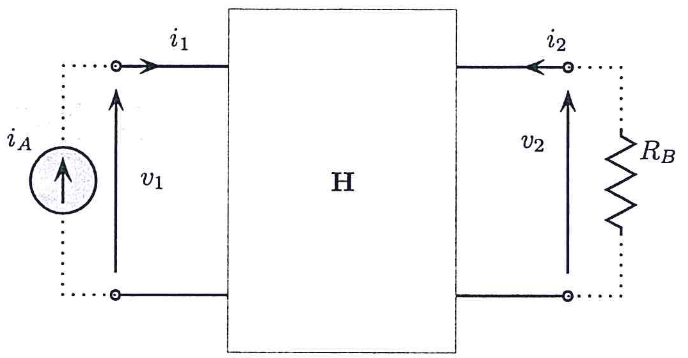
Matricola .... **Firma** ....

☐ ELN ☐ MTM

E1 10 punti	**E2** 10 punti	**E3** 10 punti

VOTO

E1



Il doppio bipolo resistivo riportato in figura è descritto mediante la la prima formulazione ibrida:

$$\begin{cases} v_1 = h_{11} i_1 + h_{12} v_2 \\ i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} v_2 \end{cases}$$

con:

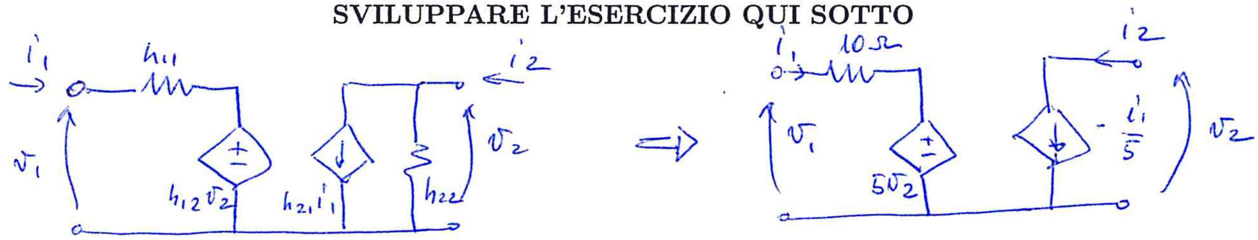
$$H = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ -1/5 & 0 \end{bmatrix}$$

Determinare:

- Una possibile realizzazione circuitale (modello circuitale) del doppio bipolo
- Il valore assunto dalle tensioni v_1 e v_2 e dalla corrente i_2 quando le porte vengano connesse con i due bipoli tratteggiati in figura ($i_A = 2$ [A], $R_B = 10$ [Ω])
- La potenza assorbita dal doppio bipolo nelle condizioni di cui al precedente punto.

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

1



2 Posto $i_1 = i_A = 2$ [A] e $v_2 = -R_B i_2 = -10 i_2$

sostituendo nelle equazioni del doppio bipolo si ottiene:

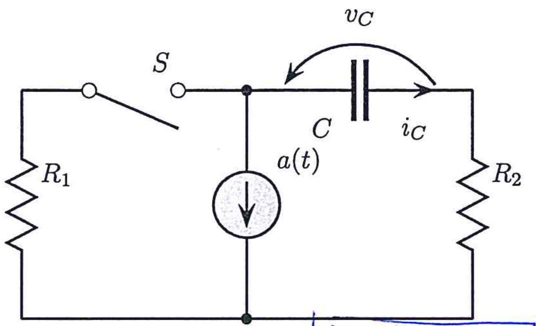
$$\boxed{i_2 = -\frac{1}{5} i_A = -\frac{2}{5} \text{ [A]}} \quad \boxed{v_2 = -10 i_2 = -10\left(-\frac{2}{5}\right) = 4 \text{ V}}$$

$$\boxed{v_1 = 10 i_A + 5 v_2 = 10 \cdot 2 + 5(-10 i_2) = 20 + 5 \cdot 4 = 40 \text{ V}}$$

3 La potenza assorbita dal doppio bipolo vale:

$$\boxed{P_{DB} = v_1 i_1 + v_2 i_2 = 40 \times 2 + 4 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = 80 - 1{,}6 = 78{,}4 \text{ W}}$$

E2

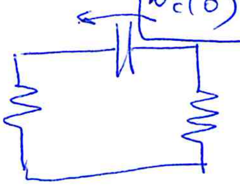


L'interruttore S, chiuso da molto tempo, viene aperto all'istante $t_0 = 0$ [ms] per poi essere richiuso all'istante $t_1 = 1$ [ms]. Sapendo che:
$C = 1$ [μF], $R_1 = 200$ [Ω], $R_2 = 800$ [Ω]
e che il generatore di corrente ha una forma d'onda del tipo:

$$a(t) = \begin{cases} 0 \text{ [mA]} & t < t_0 \\ 20 \text{ [mA]} & t \geq t_0 \end{cases}$$

- Determinare analiticamente la forma d'onda della tensione sul condensatore $v_C(t)$ e della corrente $i_C(t)$ per $t \geq 0$
- Tracciare il grafico qualitativo di $v_C(t)$ e $i_C(t)$ per $t \geq 0$
- Determinare l'energia massima accumulata nel condensatore nell'intervallo $0 \leq t \leq \infty$

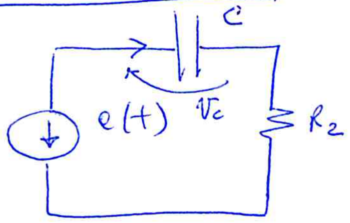
$t<0:$



$\boxed{v_c(0) = 0}$

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

$\boxed{1° \text{ intervallo } 0<t<t_1}$



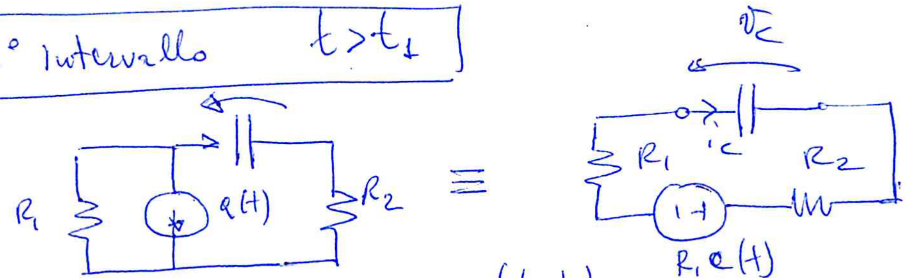
$$i_c = -a = C\frac{dv}{dt} \rightarrow v_c(t) = \underbrace{v_c(t_0)}_{0} + \frac{1}{C}\int_0^t (-a(\tau))\,d\tau$$

$$\boxed{v_c(t) = -\frac{1}{C}\int 20\times10^{-3}\, t = -2\times10^{4}\, t}$$

$$\boxed{i_c(t) = -20 \text{ mA}}$$

$$v_c(t_1) = -20 \text{ V}$$

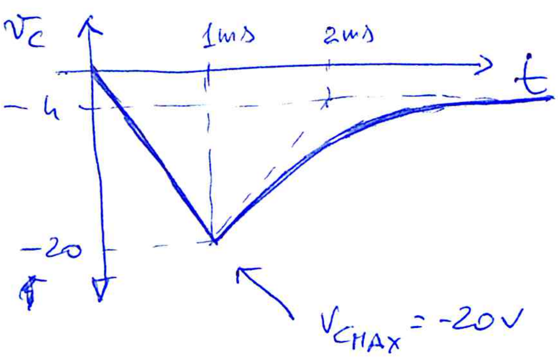
$\boxed{2° \text{ intervallo } \quad t>t_1}$

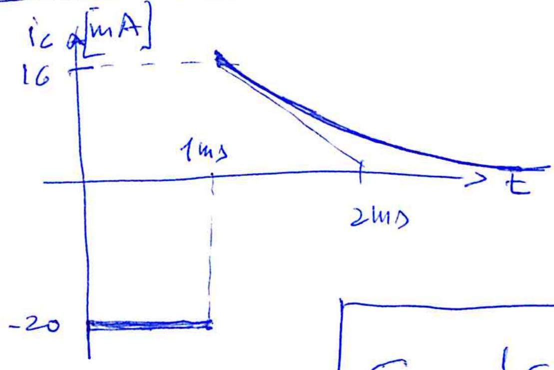


$$v_c(\infty) = -R_1\cdot 20\times10^{-3} = -4\text{ V}$$

$$\tau = C(R_1+R_2) = 1 \text{ msec}$$

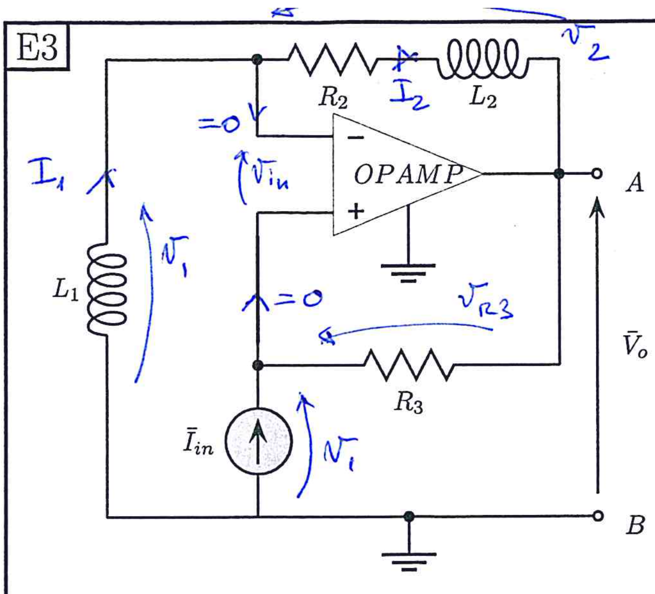
$$\boxed{\begin{aligned} v_c(t) &= (-20+4)\,e^{-(t-t_1)/\tau} + 4 = -16\, e^{-(t-t_1)/\tau} - 4 \quad [V] \\ i_c(t) &= C\dot{v}_c = C\frac{16}{\tau}\, e^{-(t-t_1)/\tau} = 16\, e^{-(t-t_1)/\tau} \quad [mA] \end{aligned}}$$





$$\boxed{\mathcal{E}_{MAX} = \frac{1}{2} C V_{CMAX}^2 = 200\,\mu\text{Joule}}$$

E3



Del circuito di figura, operante a regime, si hanno i seguenti dati:
$R_2 = 10\ [\Omega]$, $L_1 = L_2 = 1\ [\text{mH}]$, $R_3 = 10\ [\Omega]$.

- Determinare la funzione di rete

$$H(j\omega) = \frac{\bar{V}_o}{\bar{I}_{in}}$$

- Tracciare qualitativamente il grafico della risposta in ampiezza e fase di $H(j\omega)$
- Determinare il valore di $v_o(t)$ quando $i_{in}(t) = 2\cos(10^2 t) + 2\cos(10^5 t)$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2$$

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

1

$$V_o = v_1 + v_{R3} \;;\qquad \boxed{v_{R3} = R_3 \cdot I_{in}}$$

essendo $v_{in} = 0 \rightarrow v_2 = v_{R3} \rightarrow I_2 = \frac{v_2}{Z_2} = \frac{R_3 I_{in}}{Z_2}$

$$\bar{I}_1 = I_2 \rightarrow \boxed{v_1 = -j\omega L_1 I_1 = -j\omega L_1 \cdot \frac{R_3 I_{in}}{Z_2}}$$

$$V_o = -R_3 I_{in}\left(1 + \frac{j\omega L_1}{R_2 + j\omega L_2}\right)$$

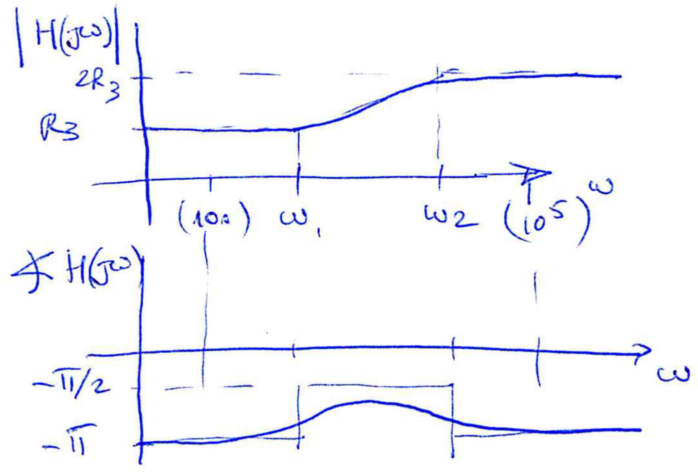
$$\boxed{H(j\omega) = \frac{V_o}{I_{in}} = -R_3\left(\frac{R_2 + j\omega(L_1+L_2)}{R_2 + j\omega L_2}\right)} = -R_3\,\frac{1 + j\omega\left(\frac{L_1+L_2}{R_2}\right)}{1 + j\omega\left(\frac{L_2}{R_2}\right)}$$

2 posto: $\omega_1 = \frac{R_2}{L_1+L_2} = 5000$ rad/s

$\omega_2 = \frac{R_2}{L_2} = 1000$ rad/s

$\omega \rightarrow 0 \quad |H(0)| = R_3$

$\omega \rightarrow \infty \quad |H(\infty)| = 2R_3$



3 essendo $100 << \omega_1$ e $10^5 >> \omega_2$ (vedi grafico)

$$\boxed{v_o \simeq 2R_3\cos(10^2 t + \pi) + 4R_3\cos(10^5 t + \pi)}$$

6