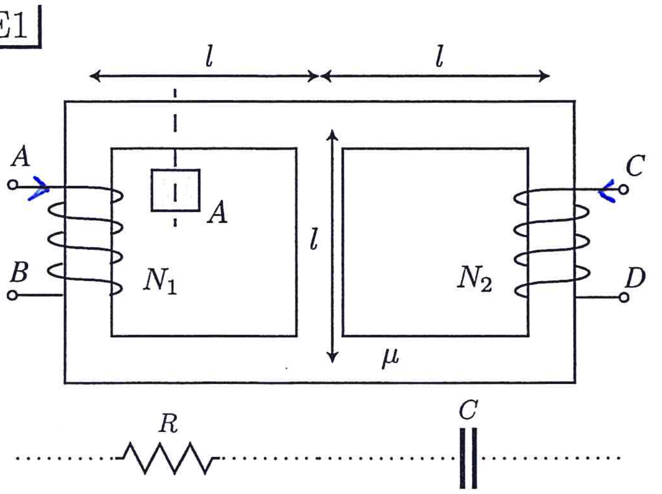
E1



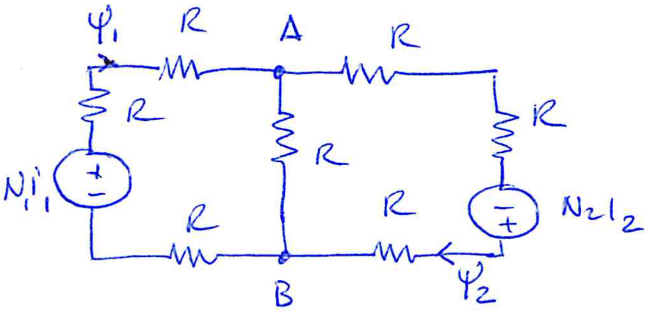
Il doppio bipolo magnetico di figura ha le seguenti caratteristiche:
$l = 8$ [cm], $A = 15$ [cm^2], $\mu = 10^{-3}$ [H/m],
$N_1 = 200$ spire, $N_2 = 400$ spire.
Si chiede di:

- Determinare la matrice delle induttanze
- calcolare il coefficiente di accoppiamento

Successivamente, si colleghi ai morsetti BD la serie RC tratteggiata in figura; posto:
$R = 50$ [Ω], $C = 1$ [mF]

Determinare il valore dell'impedenza ai morsetti AC quando si abbia $\omega = 100$ [rad/s]

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO



$$R_T = \frac{1}{\mu}\frac{l}{A} = \frac{1}{10^{-3}}\frac{8\times10^{-2}}{15\times10^{-4}} = \frac{8}{15}\times10^{5}\ H^{-1}$$

$$V_{AB} = \frac{N_1 I_1 - N_2 I_2}{5};$$

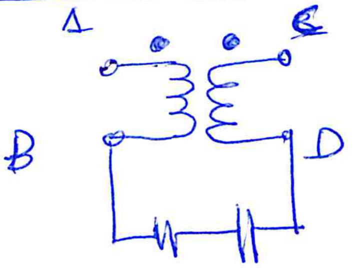
$(R_T$

$$N_1 I_1 - 3R\psi_1 = V_{AB} \longrightarrow \psi_1 = \frac{4N_1 I_1 + N_2 I_2}{15 R_T};$$

$$N_2 I_2 - 3R\psi_2 = -V_{AB} \longrightarrow \psi_2 = \frac{4N_2 I_2 + N_1 I_1}{15 R_T};$$

$$\phi_1 = N_1\psi_1;\quad \phi_2 = N_2\psi_2 \Longrightarrow \begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{bmatrix} = \boxed{\frac{1}{15R_T}\begin{bmatrix}4N_1 I_1 & N_2 I_2\\ N_1 I_1 & 4N_2 I_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0{,}2 & 0{,}1\\ 0{,}1 & 0{,}8\end{bmatrix}}$$

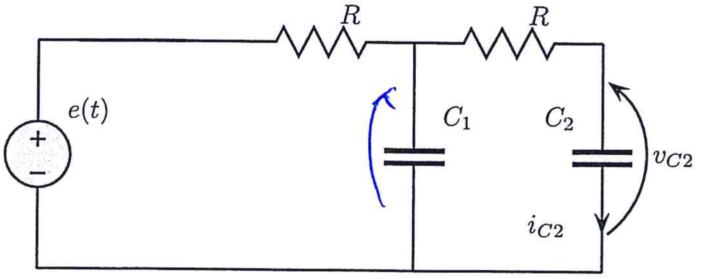
$$\boxed{K_A = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{1}{4}}$$



in questo caso, i due avvolgimenti sono in antiparallelo, quindi

$$\boxed{\begin{aligned} Z_{AC} &= (L_1 + L_2 - 2M)j\omega + R + \frac{1}{j\omega C} = \\ &= j80 + 50 - j10 = 50 + j70\ \Omega \end{aligned}}$$

E2



$v_{C1}(0) = v_{C2}(0) = 0\,V$ (essendo $e(t)=0$ per $t<0$)

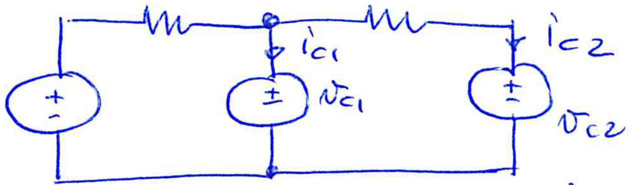
Sapendo che:
$C_1 = C_2 = 1$ [mF], $R = 500$ [Ω]
e che la forma d'onda del generatore di tensione $e(t)$ è descritta da:

$$e(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 5\ [\mathrm{V}], & t \geq 0 \end{cases}$$

- Scrivere la formulazione di stato del sistema dinamico in forma sia simbolica che numerica
- Discutere la stabilità del circuito
- Determinare analiticamente la forma d'onda della tensione v_{C2} e della corrente i_{C2} per $t \geq 0$.
- Tracciare il grafico qualitativo di v_{C2} e i_{C2} per $t \geq 0$

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

① Equazione di stato



$$i_{C1} = C_1 \dot{v}_{C1} = \frac{(e - v_{C1})}{R} - \frac{(v_{C1} - v_{C2})}{R}$$

$$i_{C2} = C_2 \dot{v}_{C2} = \frac{v_{C1} - v_{C2}}{R}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{RC_1} & \frac{1}{RC_1} \\ \frac{1}{RC_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{e(t)}{RC_1} \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2e(t) \\ 0 \end{bmatrix};$$

$tr(A) = -6 < 0$
$\Delta(A) = 8 - 4 = 4 > 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{circuito asintot. stabile}}$

calcolo delle frequenze naturali: $s^2 + T(A)s + \Delta(A) = 0 \Rightarrow \boxed{s_{1,2} = -3 \pm \sqrt{5}}$

$\boxed{s_1 = -5{,}24 \quad s_2 = -0{,}76}$

essendo $\alpha > \omega_0$ la risposta è sovrasmorzata

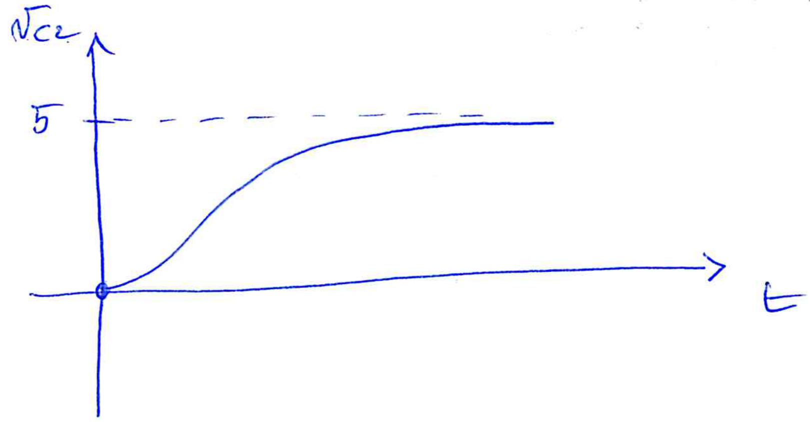
$v_{C2}(t) = K_1 e^{s_1 t} + K_2 e^{s_2 t} + v_{C2}(\infty)$ $\quad (v_{C2}(\infty) = 5V)$

dall'eq. di stato, in $t=0$ ricavo $\dot{v}_{C2}(0) = 0$ quindi:

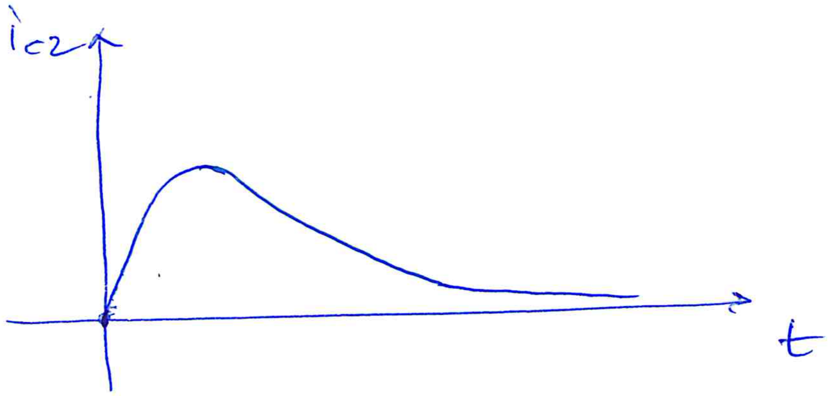
$$\begin{cases} K_1 + K_2 + 5 = 0 \\ K_1 s_1 + K_2 s_2 = 0 \end{cases}$$ (dalla condizione su $\dot{v}_{C2}(t) = K_1 s_1 e^{s_1 t} + K_2 s_2 e^{s_2 t}$)

si ricava: $\boxed{K_1 = 0{,}85 \text{ e } K_2 = -5{,}85}$

$\boxed{v_{C2}(t) = 0{,}85 e^{-5{,}24t} - 5{,}85 e^{-0{,}76t} + 5}$ $\quad$ $\boxed{i_{C2}(t) = C\dot{v}_{C2} = -4{,}45 e^{-5{,}24t} + 4{,}45 e^{-0{,}76t}}$

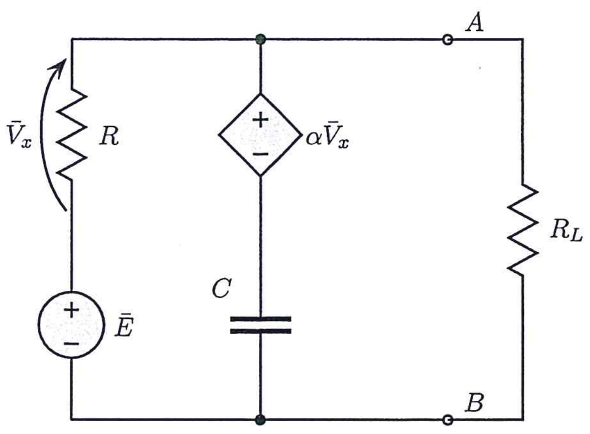


v_{C2}
5
t



i_{C2}
t

E3



$\bar{E} = 2 e^{j0}$; [V]

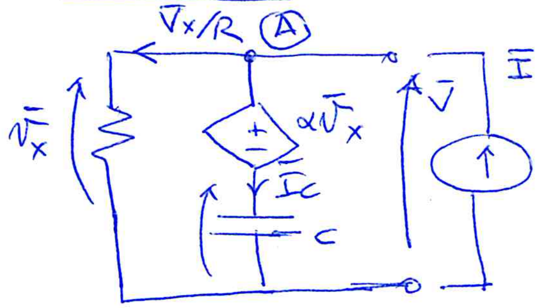
Il circuito di figura è composto da una sorgente (parte a sinistra dei morsetti AB) e da un carico resistivo (il resistore R_L). Sapendo che il circuito opera in regime sinusoidale e che:
$R = 10$ [Ω], $C = 10$ [μF], $e(t) = 2\cos(10^4 t)$ [V], $R_L = 20$ [Ω], $\alpha = 2$

Determinare:

- Il circuito equivalente di Thevenin della sorgente ai morsetti AB quando il carico è disconnesso dalla sorgente
- la rete di adattamento per ottenere il massimo trasferimento di potenza tra sorgente e carico
- il valore della potenza trasferita sul carico R_L con la rete adattata.

SVILUPPARE L'ESERCIZIO QUI SOTTO

Determino Z_{th}:



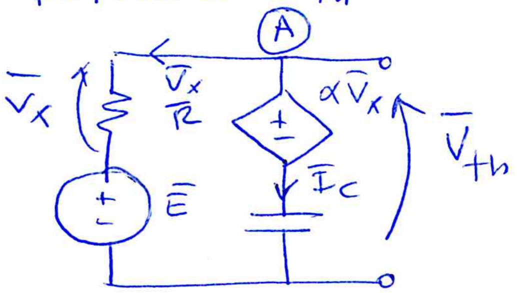
$\bar{I}_c = -\dfrac{\bar{V}_x}{R} + \bar{I}$; (LKC nodo A)

$\bar{V}_x = \alpha\bar{V}_x + jX_c\bar{I}_c = \alpha\bar{V}_x + jX_c\left(-\dfrac{\bar{V}_x}{R} + \bar{I}\right)$;

da cui $\bar{V}_x = (5+j5)\bar{I}$;

$\bar{V}_* = \bar{V}_x \rightarrow \boxed{Z_{th} = \dfrac{\bar{V}}{\bar{I}} = 5 + j5\ \Omega}$

Determino $\bar{V}_{th}$:

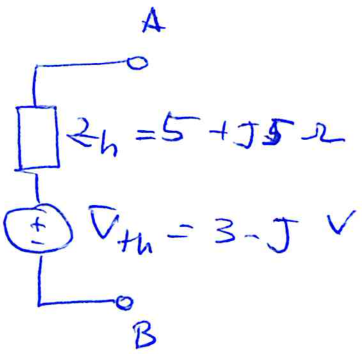


$\bar{I}_c = -\dfrac{\bar{V}_x}{R}$ (LKC in A)

$\bar{E} + \bar{V}_x - \alpha\bar{V}_x - jX_c\left(-\dfrac{\bar{V}_x}{R}\right) = 0$

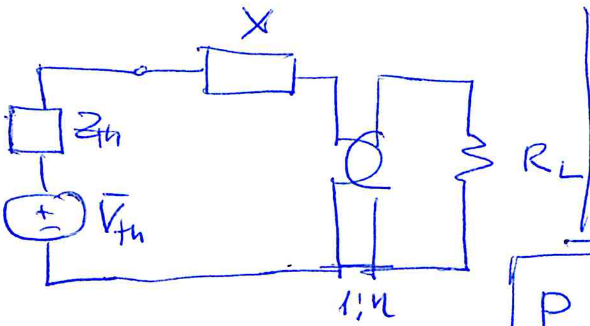
da cui

$\boxed{\bar{V}_x = 1 - j}$



$\Leftarrow$ $\boxed{\bar{V}_{th} = \bar{E} + \bar{V}_x = 3 - j}$

Adattamento



$X = -\operatorname{Im}(Z_{th}) = -j5\ \Omega$

$n = \sqrt{\dfrac{R_L}{\operatorname{Re}(Z_{th})}} = 2$ spire

$\boxed{P_{MAX} = \dfrac{|V_{th}|^2}{8 R_s} = \dfrac{10}{8 \cdot 5} = \dfrac{1}{4}\ W}$