T.E. del 5 febbraio 2018.
Risultati

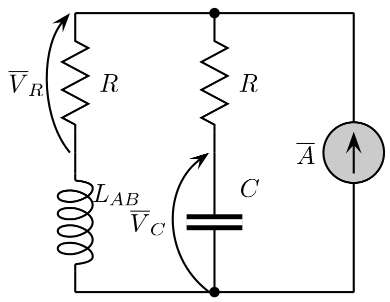
Autore: Dino Ghilardi

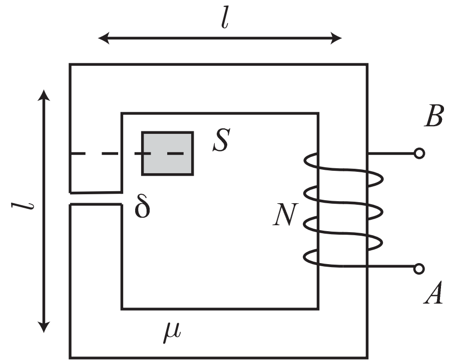
7 febbraio 2018

0.1 E1, T.E. del 05-02-2018, prof D'Amore

0.1.1 Testo

E1





Il circuito magnetico di figura è immerso in olio isolante. Si hanno i seguenti dati:
$l = 10$ [cm], $S = 1$ [cm^2], $\delta = 2$ [mm], $N = 30$ [spire], $\mu = 10^{-3}$ [H/m], $\mu_{olio} = 4 \times 10^{-6}$ [H/m].

- Determinare l'induttanza equivalente ai morsetti AB dell'avvolgimento.

L'induttanza L_{AB} appena calcolata viene inserita nel circuito riportato in alto. Posto:
$a(t) = 1\cos(10^4 t)$ [A], $C = 100$ [μF] ed $R = 1$ [Ω]
Determinare:

- lo sfasamento $\delta\phi = \phi_R - \phi_C$ tra la tensione $\overline{V}_R$ e la tensione $\overline{V}_C$

0.1.2 Soluzione

Punto 1: calcolo dell'induttanza. Riluttanza di un tronco:
$R_T = \frac{l}{\mu S} = \frac{10^{-1}m}{10^{-4}m^2 \cdot 10^{-3}\frac{H}{m}} = 10^{-} \cdot 10^4 \cdot 10^3 = 10^{-6} H^{-1}$

Riluttanza del traferro (in olio)
$R_\delta = \frac{l_{traferro}}{\mu_{olio} S} = \frac{\cancel{2} \cdot 10^{-3}m}{\cancel{4}_{2} \cdot 10^{-6}\frac{H}{m} \cdot 10^{-4}m^2} = 5 \cdot 10^6\, H^{-1}$

Riluttanza totale (approssimando $l - 2mm$ con l si ha un errore del $E\% = \frac{100-98}{100} \cdot 100\% = 2\%$, quindi ampiamente accettabile):
$R_{tot} = 4 \cdot R_T + R_\delta = 9 \cdot 10^6\, H^{-1}$

Induttanza ai morsetti AB

$$L = \frac{N^2}{R_{tot}} = \frac{900}{9 \cdot 10^6 H^{-1}} \Rightarrow \boxed{L = 100\mu H}$$

Punto 2: Calcolo dello sfasamento. Le impedenze di condensatore ed induttore saranno
$z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 10^4 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j$
$z_C = j\omega L = j \cdot 10^4 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = j$

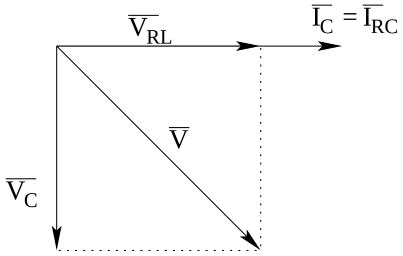
La tensione ai capi del ramo resistore-condensatore sarà uguale a quella ai capi del ramo resistore-induttore, quindi possiamo, con i diagrammi dei fasori, ottenere le fasi relative. Chiamiamo R_L il resistore in serie all'induttore e R_C il resistore in serie al condensatore.

Consideriamo il ramo con il condensatore, iniziamo a tracciare il fasore della corrente nel condensatore orizzontale.

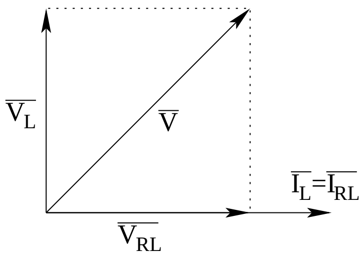
Tracciamo poi il fasore della tensione sul condensatore, il quale sarà a 90° (verso il basso)

Tracciamo il fasore della tensione sul resistore in serie al condensatore (che sarà parallela ad $\overline{I_C}$

Tracciamo ora la somma delle tensioni su condensatore e resistore, che sarà pari alla tensione V ai capi della serie RC.

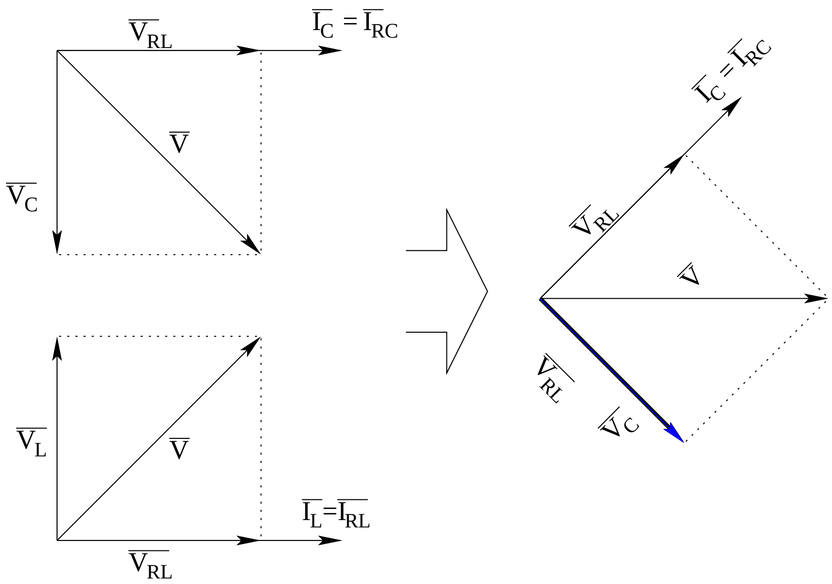


Tracciamo quindi, su un altro diagramma dei fasori, la corrente nell'induttore orizzontale
Tracciamo la tensione sull'induttore, a 90° rispetto ad $\overline{I_L}$ (verso l'alto)
Tracciamo la tensione sul resistore in serie ad L (sovrapposta ad $\overline{I_L}$)
Tracciamo la somma di $\overline{V_L}$ ed $\overline{V_{RL}}$ ottenendo, ancora una volta V.



La tensione V però su questo diagramma non sarà orientata come nel diagramma precedente, visto che abbiamo assunto come riferimento per i due diagrammi due fasori diversi ($\overline{I_C}$ per il primo ed I_L per il secondo).

Ruotando entrambi i diagrammi fino a sovrapporre la tensione $\overline{V}$ che compare in entrambi, possiamo ottenere tutte le relazioni di fase ed ottenere immediatamente che

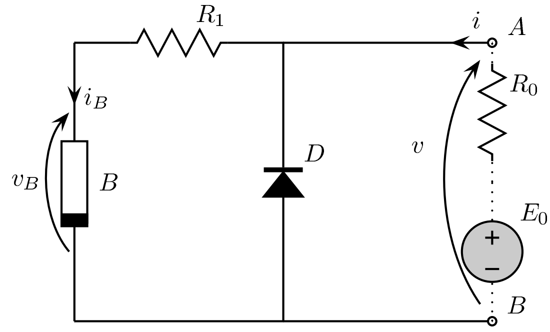


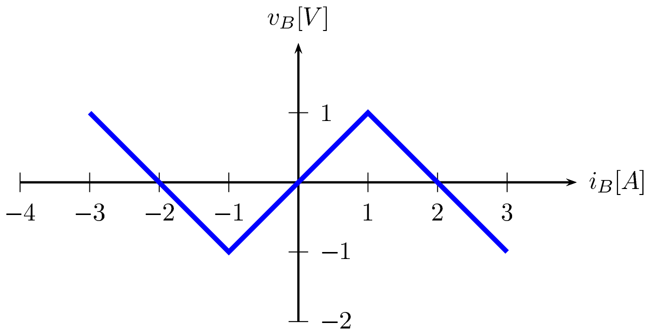
$$\boxed{\delta_\phi = 0}$$

0.2 E2, T.E. del 05-02-2018, prof D'Amore

0.2.1 testo

E2





Il bipolo B ha la caratteristica riportata sotto il circuito. Inoltre si ha che:
$E_0 = 4$ [V], $R_0 = 2$ [Ω], $R_1 = 1$ [Ω].

Assumendo inizialmente il lato tratteggiato (E_0,R_0) scollegato dal circuito,

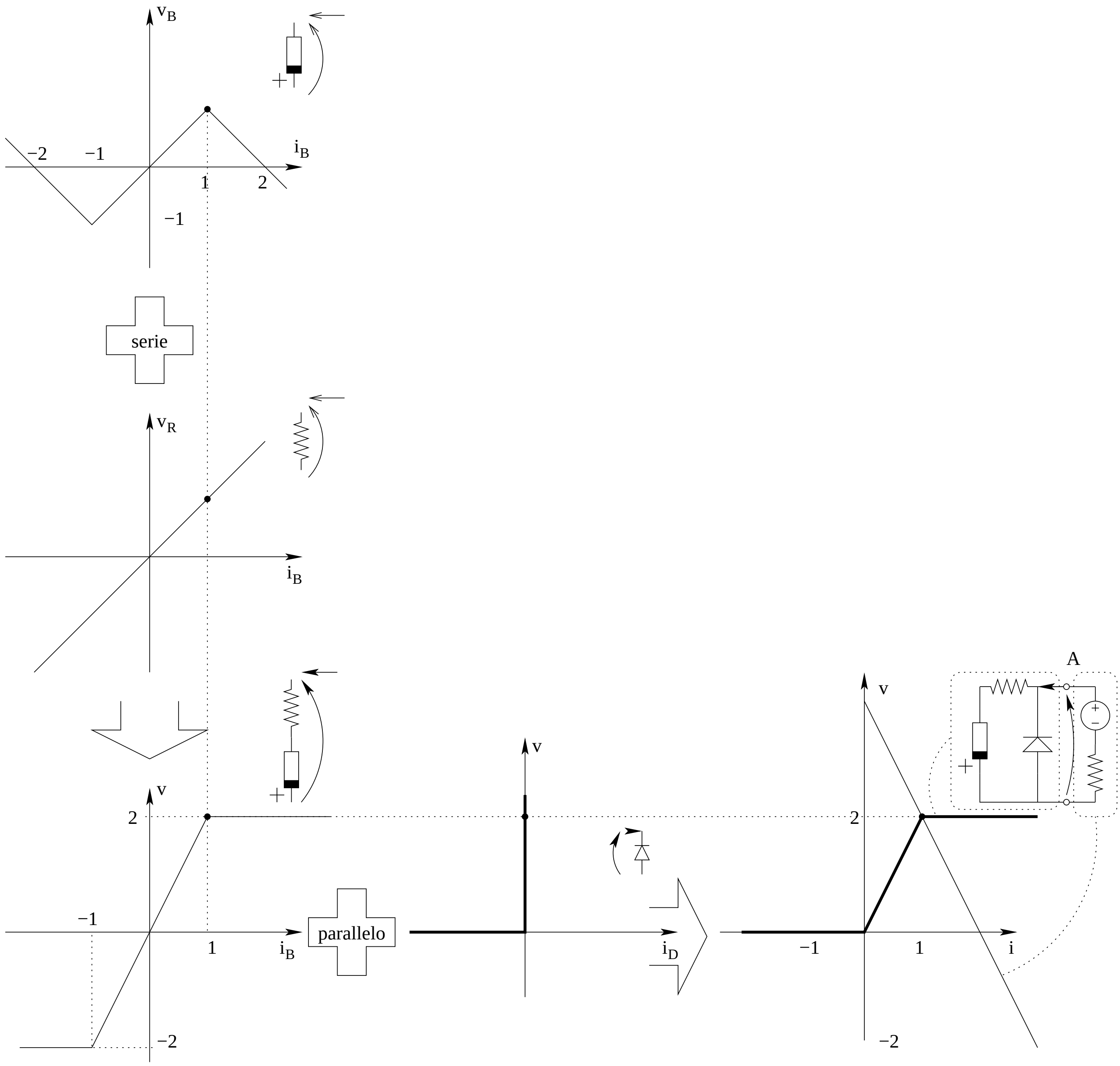
- Si determini **con il metodo di composizione delle caratteristiche** la caratteristica equivalente ai morsetti AB del bipolo composto riportato in figura, assumendo il diodo ideale ed utilizzando le convenzioni riportate sulla figura per la tensione v e la corrente i.

Successivamente, si colleghi ai morsetti AB il lato tratteggiato in figura (E_0,R_0); in queste nuove condizioni, sempre mediante l'uso delle caratteristiche, determinare:

- i valori assunti dalla tensione v e dalla corrente i ai morsetti AB
- il valore di i_B e v_B
- la potenza dissipata dal resistore R_1

0.2.2 Soluzione

Carattristica ai morsetti AB e punto di lavoro.

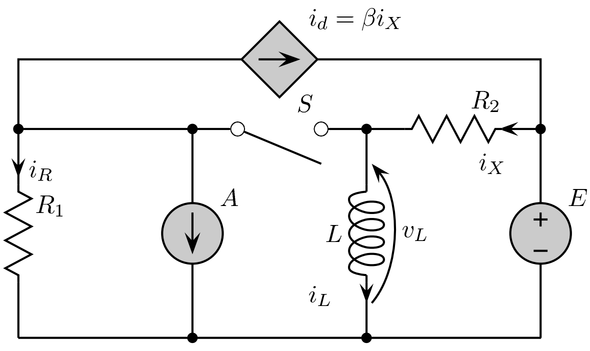


Come punto di lavoro otteniamo quindi $P_L = (1A, 2V)$
Leggendo a ritroso i grafici otteniamo inoltre
$v_B = 1V$; $i_B = 1A$
Per il resistore R1 otteniamo
$v_{R1} = 1V$; $i_B = 1A$, quindi
$P_R = 1V \cdot 1A = 1W$

0.3 E3, T.E. del 05-02-2018, prof D'Amore

0.3.1 testo

E3



L'interruttore S è aperto da molto tempo e viene chiuso all'istante $t_0 = 0$. Sapendo che:

$E = 20$ [V], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 20$ [Ω], $A = 2$ [A], $L = 5$ [mH] e $\beta = 1$

Si chiede di:

- Discutere la stablilità del circuito per $t \geq t_0$
- Determinare $i_L(t)$ ed $v_L(t)$ per $t \geq t_0$
- Determinare $i_R(t)$ per $t \geq t_0$
- Tracciare il grafico qualitativo delle forme d'onda di $i_L(t)$, $v_L(t)$ e $i_R(t)$ per $t \geq t_0$
- Determinare il valore dell'energia immagazzinata nell'induttore a transitorio esaurito.

0.3.2 Soluzione

Per discutere la stabililtà del circuito iniziamo con il calcolare la costante di tempo.

Costante di tempo Utilizziamo un generatore di sonda ottenendo:

$$R_{eq} = \frac{v_S}{i_s} = 5\,\Omega$$

Da cui otteniamo un valore della costante di tempo di:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5m\Omega}{5\Omega} \Rightarrow \boxed{\tau = 1ms}$$

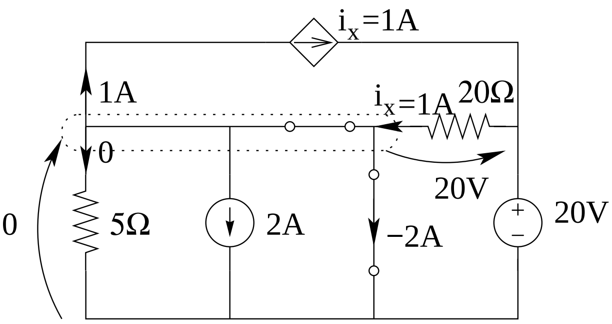
Stabilità: Dato che la costante di tempo esiste ed è positiva la rete del primo ordine è *asintoticamente stabile.*

Calcolo di $I_L(t)$: Valore iniziale Per il calcolo del valore iniziale consideriamo la rete con interruttore aperto e calcoliamo il valore asintotico del transitorio di apertura. Essendo I_L la variabile di stato sarà continua, quindi il valore "finale" del transitorio precedente sarà uguale al valore iniziale del nuovo transitorio.

$$I_{L0} = \frac{E}{R_2} = \frac{20V}{20\Omega} \Rightarrow \boxed{I_{L0} = 1A}$$

Calcolo di $I_L(t)$: Valore asintotico. Consideriamo la rete ad interruttore chiuso, sostituendo l'induttore con un corto circuito

Per la LKT alla maglia di destra comprendente il generatore di tensione, R_2e l'induttore, la tensione su R_2 è pari a 20V, quindi $i_X = 1A$.



Otteniamo

$$I_{L\infty} = -2A$$

$I_L(t)$: Espressione analitica

$$i_L(t) = I_\infty + (I_0 - I_\infty)\, e^{-\frac{t}{\tau}} = -2 + (2+1)\, e^{-\frac{t}{1ms}} \Rightarrow \boxed{i_L(t) = -2 + 3e^{-\frac{t}{1ms}}}$$

Andamento della tensione sull'induttore

$$v_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 3\frac{1}{10^{-3}} e^{-\frac{t}{1ms}} = -15e^{-\frac{t}{\tau}}[V]$$

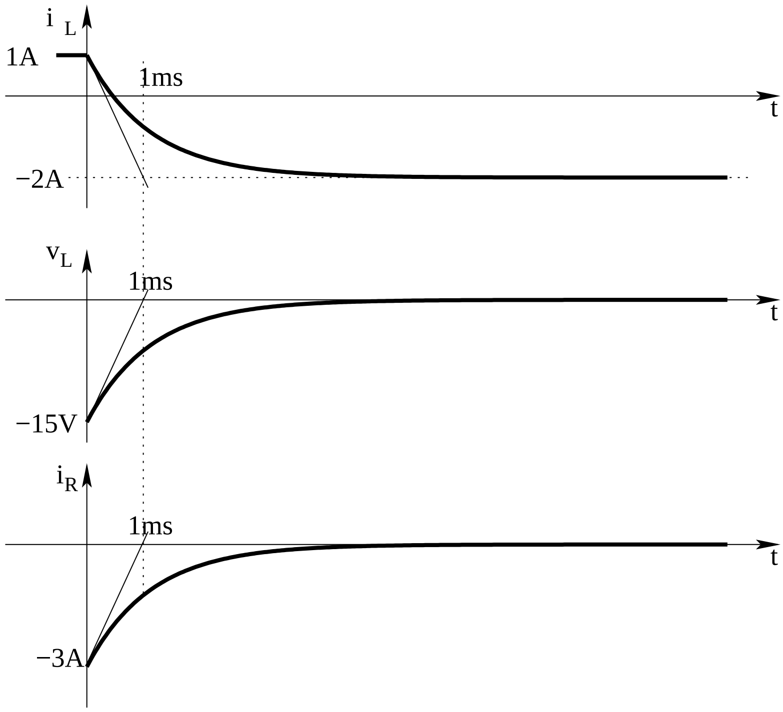
Corrente nel resistore Essendo, ad interruttore chiuso, il resistore in parallelo all'induttore, per la legge di Ohm sul resistore avremo

$$i_R = \frac{v_L(t)}{R} = \frac{-15e^{-\frac{t}{\tau}}[V]}{5\Omega} \Rightarrow \boxed{i_R = -3e^{-\frac{t}{1ms}}[A]}$$

Oppure, per la LKC al nodo a cui giungono i resistori, l'induttore ed il generatore di corrente

$$i_R = -2A - i_x + i_x - i_L = -i_L - 2A = +2 - 3e^{-\frac{t}{1ms}} + 2 \Rightarrow \boxed{i_R = -3e^{-\frac{t}{1ms}}[A]}$$

Grafici:



Energia immagazzinata nell'induttore.

$$E_L = \frac{1}{2} L I_L^2 \Rightarrow E_{L\infty} = \frac{1}{2} L \cdot I_{L\infty}^2 = \frac{1}{2} \cdot 5mH \cdot 4A^2 \Rightarrow E_{L\infty} = 10mJ$$