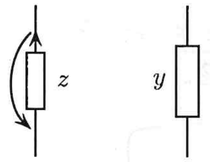
ELETTROTECNICA (ELN) — D. D'Amore — Appello: 2 settembre 2019

SOLUZIONI

Tabella voti (riservata al docente)										
Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	E1	E2	E3	VOTO

Matr: .... **Cognome** .... **Nome** ....

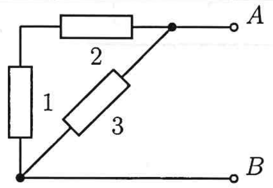
Q1



Sia data un'impedenza $z = 1 + J1\,\Omega$ e la sua ammettenza equivalente y. Si ha che:

☐ $y = 1 - J1\,\Omega^{-1}$ ☐ v è in ritardo di $\pi/2$ rispetto ad i ☒ i è in ritardo di $\pi/4$ rispetto a v

Q2

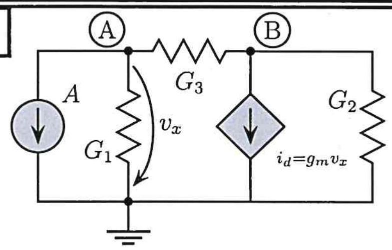


Il circuito di figura opera in regime sinusoidale e tutte le potenze sono da intendersi con le convenzione dell'utilizzatore. Indicare la risposta **falsa**.

☐ $P_{AB} = P_1 + P_2 + P_3$ ☐ $Q_{AB} = Q_1 + Q_2 + Q_3$

☐ $|Q_{AB}| = |Q_1 + Q_2 + Q_3|$ ☒ $|S_{AB}| = |S_1| + |S_2| + |S_3|$

Q3



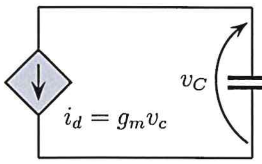
Si utilizza l'analisi nodale (senza supernodi) per la soluzione del circuito:

☒ Si può utilizzare l'Analisi Nodale **NON** modificata

☐ si otterrà un sistema di dimensione 3

☐ la matrice dei coefficienti sarà simmetrica

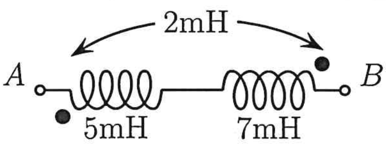
Q4



Il circuito dinamico di figura ($g_m > 0$) è:

☒ Asintoticamente stabile ☐ Semplicemente stabile ☐ instabile

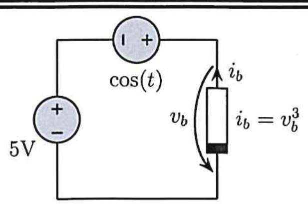
Q5



L'induttanza equivalente ai morsetti AB vale:

☒ 8mH ☐ 10mH ☐ 14mH ☐ 16mH

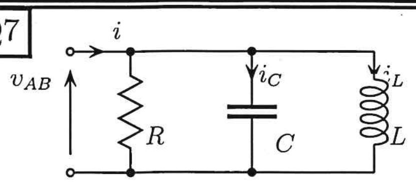
Q6



Nel circuito di figura, la resistenza differenziale da utilizzare nell'analisi per piccoli segnali vale:

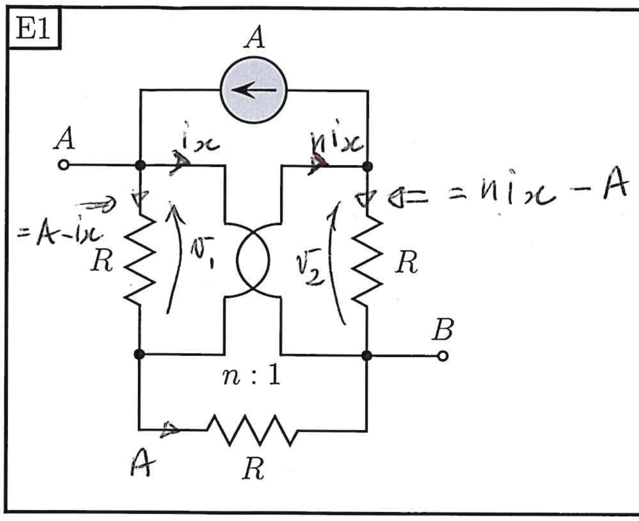
☐ 75Ω ☒ $\frac{1}{75}\Omega$ ☐ $\frac{1}{25}\Omega$ ☐ 25Ω

Q7



In condizione di risonanza, è vero che:

☐ $i_C = 0$ ☐ $i_L = 0$ ☐ $i_C - i_L = 0$ ☒ $v_{AB} = Ri$



Il circuito di figura opera in regime stazionario. Sapendo che:
$R = 5\Omega$, $A = 2\text{A}$, $n = 2$

- Determinare il circuito equivalente di Thèvenin ai morsetti AB
- dire se esiste il circuito equivalente di Norton, motivando la risposta.

① Calcolo della V_{th} : (V_{AB} a vuoto)

Fissata i_x risultano conseguentemente le correnti riportate sul circuito.

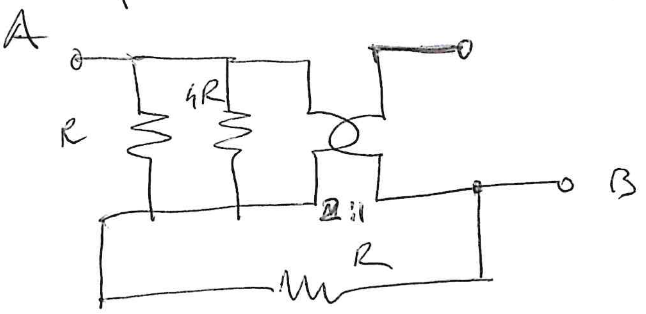
essendo $v_1 = n v_2$ $\Rightarrow$ $\cancel{R}(A - i_x) = n\cancel{R}(n i_x - A)$

$\Rightarrow$ $A - i_x = n^2 i_x - nA$ $\rightarrow$ $i_x = \frac{A(1+n)}{1+n^2} = +\frac{6}{5}$ A

$V_{th} = V_{AB} = v_1 + RA = R(A - i_x) + RA = 2RA - Ri_x = 14V$

$$\boxed{V_{th} = 14V}$$

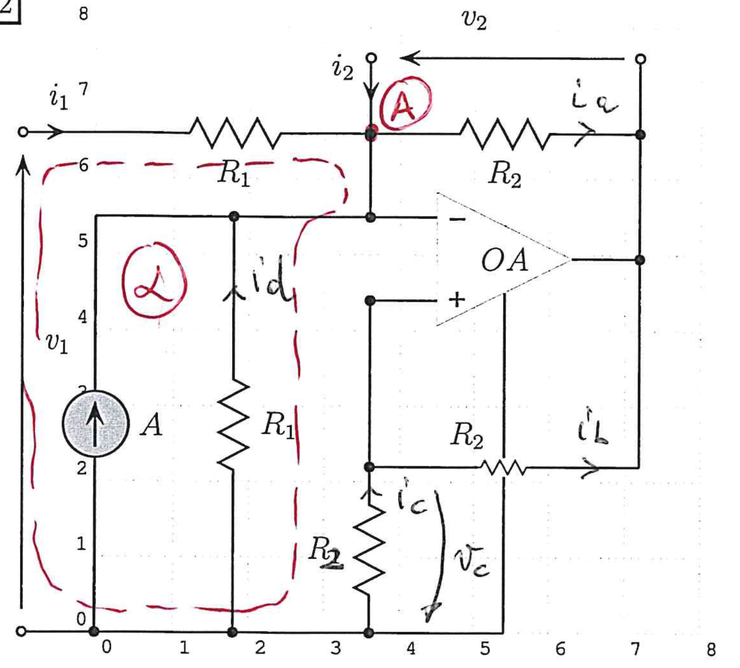
② Calcolo di R_{eq} ;
il modo più veloce consiste nel trasformare il circuito passando il resistore R dal secondario al primario:



$$\boxed{R_{eq} = \left(\frac{R \cdot 4R}{R + 4R} + R\right) = \frac{9}{5} R = 9\Omega}$$

essendo $R_{eq} \neq 0$ $\Rightarrow$ esiste anche Norton

E2



Per il doppio bipolo di figura:

- determinare la formulazione controlla in corrente

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{e}$$

scritta in forma simbolica

- posto poi:
  $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $A = 100\text{mA}$
  calcolare la stessa formulazione in forma numerica

- Dire, motivando la risposta, se esiste anche la seconda formulazione ibrida.

È più rapido scrivere le equazioni della formulazione direttamente e non tramite le prove semplici (comunque valide).

Infatti: è immediato ricavare le seguenti variabili:

$$i_a = \frac{v_2}{R_2}; \quad i_b = \frac{v_2}{R_2}; \quad i_c = i_b = \frac{v_2}{R_2}$$

$$v_c = R_2 i_c = R_2 \cdot \frac{v_2}{R_2} = v_2 \quad \text{e infine} \quad i_d = \frac{v_c}{R_1} = \frac{v_2}{R_1}$$

A questo punto scrivo le LKT alla maglia α:

$$v_1 = R_1 i_1 - v_2 \qquad (\text{LKT } \alpha)$$

Scrivo la LKC al nodo A

$$i_1 + i_2 + A + i_d - i_a = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 + A + \frac{v_2}{R_1} - \frac{v_2}{R_2} = 0$$

da queste ricavo subito v_2:

$$v_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = i_1 + i_2 + A \rightarrow \boxed{v_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}(i_1 + i_2 + A);}$$

Sostituisco in (LKTα) ottenendo:

$$v_1 = R_1 i_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}(i_1 + i_2 + A) \Rightarrow v_1 = \frac{R_1^2 - 2R_1R_2}{R_1 - R_2} i_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} i_2 + - \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} A$$

Quindi:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(R_1-R_2)} \begin{bmatrix} R_1(R_1-2R_2) & -R_1R_2 \\ R_1R_2 & R_1R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{R_1R_2}{R_1-R_2} A \\ \frac{R_1R_2}{R_1-R_2} A \end{bmatrix}$$

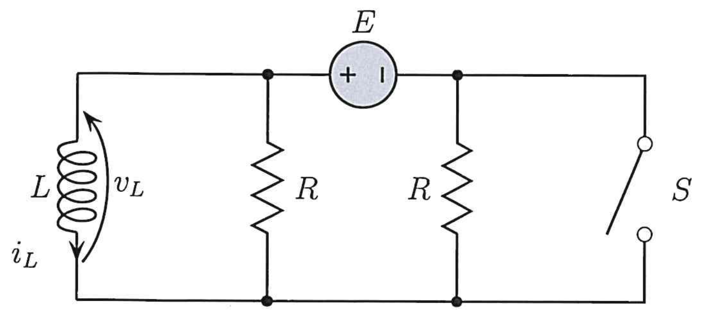
e, numericamente:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{390}{19} & +\frac{200}{19} \\ -\frac{200}{19} & -\frac{200}{19} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\frac{20}{19} \\ -\frac{20}{19} \end{bmatrix}$$

Perché esista la II^e formulazione ibrida dovrà essere non nullo il determinante della matrice formata dalle colonne di coeff. di i_1 e v_2:

$$\mathrm{Det}\begin{pmatrix} \frac{390}{19} & 0 \\ \frac{200}{19} & -1 \end{pmatrix} \neq 0 \longrightarrow \text{Esiste la II}^e \text{ Form. Ibrida}$$

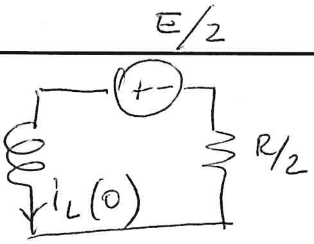
E3



L'interruttore S, aperto da molto tempo, viene chiuso all'istante $t_0 = 0$ per poi essere riaperto all'istante $t_1 = 1$ms. Sapendo che:
$L = 1$H, $R = 10\Omega$, $E = 100$V

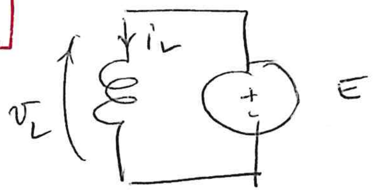
- Determinare analiticamente la forma d'onda della corrente nell'induttore $i_L(t)$ e della tensione $v_L(t)$ per $t \geq 0$
- tracciare il grafico qualitativo di $i_L(t)$ e $v_L(t)$ per $t \geq 0$
- Determiare l'istante di tempo (incluso nell'intervallo $0 \leq t \leq \infty$) in cui risulta massima l'energia accumulata nell'induttore e calcolarne il valore corrispondente.

$t < 0$



$$i_L(0) = \frac{E/2}{R/2} = \frac{E}{R} = 10\text{ A}$$

$\boxed{t_0 < t < t_1}$



$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^{t_1} v(\tau)\, d\tau$$

$$= 10 + \frac{E}{L}(t - t_0) =$$

$$\boxed{\begin{cases} i_L(t) = 10 + 100t = 10{,}1\text{ A} \\ v_L(t) = 100\text{ V} \end{cases}}$$

$$i_L(t_1) = 10{,}1\text{ A}$$

$\boxed{t > t_1}$

$$i_L(\infty) = 10\text{ A}$$

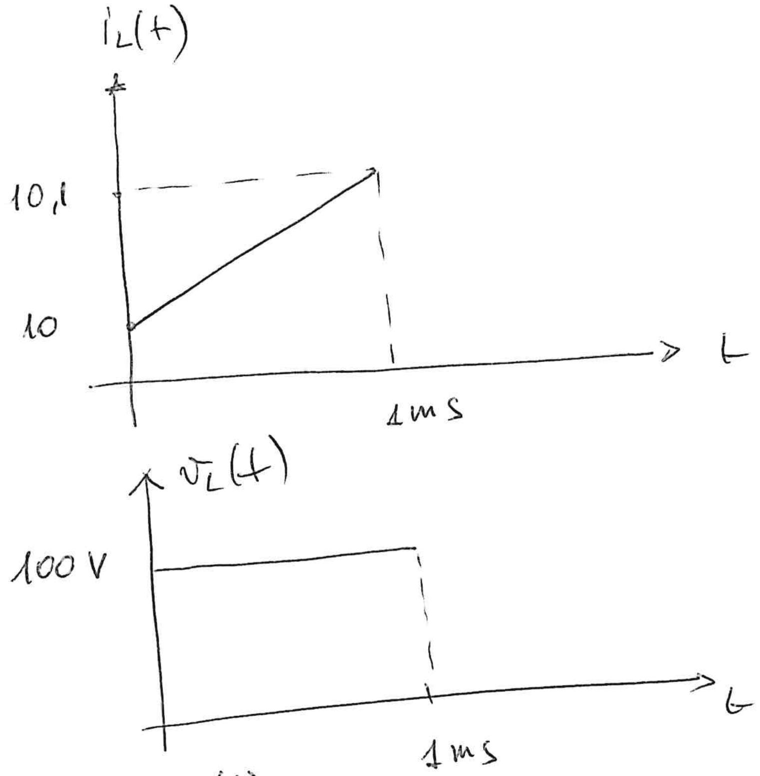
$$\tau = \frac{L}{R/2} = \frac{2L}{R} = \frac{2}{10} = 0{,}2\text{ sec.}$$

$$\boxed{i_L(t) = [10{,}1 - 10]\, e^{-5(t-t_1)} + 10 = 0{,}1\, e^{-5(t-t_1)} + 10}$$

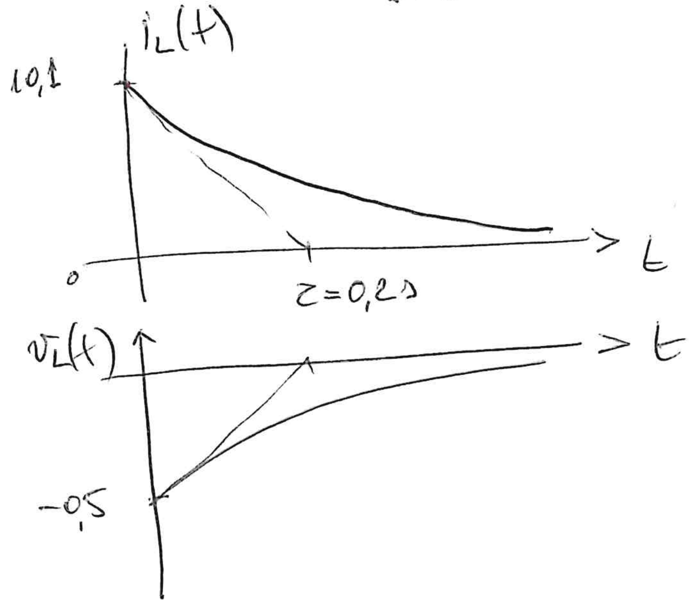
$$\boxed{v_L(t) = L\, i_L' = -0{,}5\, e^{-5(t-t_1)}}$$

Grafici

$0<t<t_1$



$t>t_1$



$\mathcal{E}_{MAX}$ si ha dove è massima la corrente i_L : $\boxed{t_{MAX}=1\,ms}$

$$\boxed{\mathcal{E}_{MAX}=\frac{1}{2}L\,i_L^2(1ms)\cong\frac{1}{2}(10.1)^2\simeq 51\ \text{Joule}}$$